UNIVERSITE TOULOUSE III **2010-2011**

Licence Physique-Chimie et Applications

Mention Sciences Physiques et Chimiques-L3

Electromagnétisme de la matière

Examen terminal- **2ème session**

Le barème est seulement indicatif

DUREE : 2h

I. Question de cours :

1) Supraconductivité : Expliquer pourquoi un matériau supraconducteur peut être considéré comme un diamagnétique parfait et décrire une expérience de lévitation magnétique utilisant un matériau supraconducteur **(3 pts)**.
2) Un échantillon de matière de susceptibilité magnétique χ est plongé dans une région de l'espace où règne un gradient uniforme de champ magnétique **grad**(B). En partant de la définition de l'énergie potentielle d'un moment magnétique $\boldsymbol{\mu}$ situé dans une région de l'espace où règne un champ magnétique **B**, montrer que la force qui s'exerce sur l'échantillon de matière est: $\mathbf{F} = \chi.\mathbf{grad}(\mathbf{B}^2)$. En déduire une règle expérimentale pour distinguer un comportement diamagnétique d'un comportement paramagnétique **(3 pts)**.

II. Sphère diélectrique dans un champ uniforme (4 pts).

Une sphère de rayon R d'un matériau diélectrique linéaire, homogène et isotrope (*l.h.i.*), de permittivité ε est soumise dans le vide à un champ appliqué $\mathbf{E}_a$ uniforme. On admet que la polarisation volumique **P** est uniforme à l'intérieur.

1) Calculer **P** en fonction de $\mathbf{E}_a$, ε et ε_0.
2) En déduire le moment dipolaire **p** de la sphère.
3) Donner les valeurs numériques de $(P/\varepsilon_0 E_a)$ et de p en précisant clairement les unités du S.I. employées. *On donne* : $\varepsilon_r = 8$, $E_a = 10^6$ V/m, R = 1 μm, $\varepsilon_0 = 1/(36\pi\ 10^9)$.

III. Sphère uniformément aimantée

III.1 En régime statique.

On veut montrer que le champ magnétique créé par la matière à l'intérieur d'une sphère uniformément aimantée est $\mathbf{B} = 2/3\ \mu_0\ \mathbf{M}$, où **M** est le vecteur aimantation volumique et μ_0 est la perméabilité magnétique du vide.

1) Justifier l'écriture du potentiel vecteur créé par la matière sous la forme : $\vec{A}_m = \mu_0 \vec{M} \wedge \dfrac{\varepsilon_0 \vec{E}^*}{\rho_0}$ **(1pt)**.
2) On admettra sans démonstration que le champ auxiliaire E* en un point intérieur à la sphère est : $\vec{E}^*_{in} = \dfrac{\rho_0}{3\varepsilon_0} r\, \vec{e}_r$. En déduire le résultat cherché pour **B** en utilisant l'expression du rotationnel en coordonnées cylindriques donnée ci-dessous **(3pts)**.

III.2 En régime sinusoïdal.

On considère une sphère de rayon R uniformément aimantée, constituée d'un matériau isolant, linéaire, homogène et isotrope, et dont la susceptibilité diélectrique est notée χ_e. Aucun champ externe n'est appliqué. L'aimantation volumique est uniforme et donnée en

…/…

notation complexe : $\underline{\mathbf{M}} = M_0 \exp(-i\omega t)\, \mathbf{e}_z$, où M_0 est réel. On s'intéresse au champ électrique et à la polarisation induits par l'aimantation dépendante du temps. On utilisera les coordonnées cylindriques.

1) Donner l'expression du champ magnétique $\underline{\mathbf{B}}(t)$ créé par la matière à l'intérieur de la sphère. On donnera également $\mathbf{B}(t)$ en notation réelle **(1pt)**.
2) Montrer par des considérations de symétrie que le champ électrique induit est orienté selon $\mathbf{e}_\varphi$ **(1 pt)**.
3) En utilisant la relation de Maxwell-Faraday, établir l'expression du champ électrique $\underline{\mathbf{E}}(t)$ induit à l'intérieur de la sphère en fonction de μ_0, M_0, ρ, ω et t. On donnera également $\mathbf{E}(t)$ en notation réelle **(3pts)**.
4) Donner l'expression de la polarisation volumique $\underline{\mathbf{P}}$ (et $\mathbf{P}$) en régime lentement variable en fonction de ε_0, μ_0, M_0, χ_e, ω, t, et des coordonnées d'espace **(1pt)**. On donne l'expression du rotationnel en coordonnées cylindriques :

$$\mathrm{rot}\vec{V} = \left(\frac{1}{\rho}\frac{\partial V_z}{\partial \varphi} - \frac{\partial V_\varphi}{\partial z}\right)\vec{e}_\rho + \left(\frac{\partial V_\rho}{\partial z} - \frac{\partial V_z}{\partial \rho}\right)\vec{e}_\varphi + \left(\frac{1}{\rho}\frac{\partial(\rho V_\varphi)}{\partial \rho} - \frac{1}{\rho}\frac{\partial V_\rho}{\partial \varphi}\right)\vec{e}_z$$